

Polinom Jacobi dan Sifat T-design untuk Kode Linear

Agnes Indarwati Susanto¹, Aditya Purwa Santika²

20923013@mahasiswa.itb.ac.id¹, aditps@math.itb.ac.id²

¹Program Studi Magister Sains Komputasi, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung, Jalan Ganesa 10, Bandung 40321

²Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung, Jalan Ganesa 10, Bandung 40321

Informasi Artikel

Diterima : 4 Jan 2025

Direview : 20 May 2025

Disetujui : 9 Jun 2025

Kata Kunci

Polinom Jacobi, t-design, kode linear, Python, SageMath.

Abstrak

Penelitian ini membahas penggunaan polinom Jacobi dan sifat t-design pada kode linear. Tujuan utama dari penelitian ini adalah untuk membangun program menggunakan Python dan SageMath guna menghitung polinom Jacobi dari kode linear dengan berbagai reference vector. Metode yang diterapkan melibatkan analisis kode self-dual pada berbagai lapangan hingga mendapatkan polinom Jacobi untuk beberapa kondisi kode. Hasil menunjukkan bahwa kode yang diuji tidak memenuhi kriteria t-design karena variasi reference vector menghasilkan polinom Jacobi yang berbeda. Studi ini memberikan wawasan tentang hubungan antara kode linear dan polinom Jacobi serta potensi pengembangan lebih lanjut dalam eksplorasi kode yang lebih kompleks untuk memenuhi t-design.

Keywords

Jacobi polynomials, t-design, linear codes, Python, SageMath

Abstract

This thesis explores the use of Jacobi polynomials and t-design properties in linear codes. The primary goal of the research is to develop a Python and SageMath program to compute the Jacobi polynomial for linear codes with multiple reference vectors. The methodology involves analyzing self-dual codes over various fields to derive Jacobi polynomials under specific conditions. The results indicate that the analyzed codes do not satisfy the t-design criteria, as different random reference vectors yield varying Jacobi polynomials. The study offers insights into the relationship between linear codes and Jacobi polynomials, with suggestions for further exploration of more complex codes to meet the t-design criteria.

A. Pendahuluan

Media informasi seperti sistem komunikasi dan penyimpanan data memori pada praktiknya tidak dapat diandalkan sepenuhnya karena dalam sistem tersebut bisa terdapat gangguan-gangguan yang menyebabkan data asli yang akan ditransfer dari suatu sumber ke tempat lainnya berubah. Pada teori coding, dipelajari cara untuk mendeteksi kesalahan atau error pada data serta cara untuk memperbaiki error pada data agar dapat diperoleh data sebenarnya. Biasanya coding didefinisikan sebagai source coding atau channel coding. Source coding merupakan proses untuk mengubah pesan awal ke kode yang sesuai untuk ditransmisikan melalui sebuah channel. Contoh source coding adalah American Standard Code for Information (ASCII) yang mengubah setiap karakter menjadi suatu byte dari 8 bits. Selain itu, ide dari channel coding adalah untuk mengembalikan pesan source coding dengan memperkenalkan beberapa hal dan teknik untuk mendeteksi error bahkan memperbaikinya agar didapatkan pesan awal yang sesuai [1]. Dalam praktiknya, untuk mengoreksi kesalahan pada kode dan mengembalikannya ke bentuk awal, seringkali diperlukan untuk mengetahui komposisi komponen dalam suatu kode. Misalnya diperkenalkan terminologi weight enumerator yang merupakan polinomial yang merepresentasikan jumlah elemen nol atau non nol pada suatu kode. Pada kenyataannya, tentu jumlah elemen yang perlu diketahui tidak hanya elemen non nol dan nol tetapi lebih luas lagi untuk banyak jenis komponen pada kode, sehingga diperkenalkan jacobi polinomial yang merupakan salah satu representasi untuk mengetahui komponen elemen pada suatu kode. Jacobi polinomial adalah generalisasi yang cukup terkenal dari weight enumerator yang diperkenalkan oleh M.Ozeki untuk kode sebagai analogi dari bentuk jacobi [2]. Polinom Jacobi dikonstruksi untuk berbagai kondisi sehingga terdapat beberapa jenis jacobi polinomial, seperti complete joint jacobi polynomial, average jacobi polynomial, average complete joint jacobi polynomial, jacobi polinomial yang berasosiasi dengan satu atau lebih reference vector, dan dapat terus bertambah untuk berbagai kondisi.

Untuk mendeteksi komponen suatu kode, dapat dilihat dari polinom Jacobi dari kode tersebut. Suatu kode dapat memiliki polinom Jacobi yang selalu sama terlepas dari apapun reference vectors yang melekat pada kode tersebut, hal ini dapat dilihat dari sifat *t-design* yang dimiliki oleh kode. Berdasarkan [3], teorema 4.2 menjelaskan bahwa suatu kode memiliki polinom Jacobi yang sama untuk sebarang reference vectors jika dan hanya jika kode tersebut bersifat *t-design*.

B. Metode Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mempermudah mendapatkan polinom jacobi dari suatu kode dengan beberapa reference vector, maka penulis membuat program pada python dan sagemath untuk mendapatkan polinom jacobi. Dengan input berupa generator dari suatu kode linier, program menjalankan algoritma berdasarkan definisi polinom Jacobi dengan beberapa reference vector. Pertama, untuk setiap satu kode ke- i dan reference vector digabung untuk dicek apakah nilai ϕ yang diperoleh cocok dengan elemen di F_{t+1}^2 . Frekuensi kecocokan tiap elemen merupakan pangkat untuk setiap variabel pada polinom jacobi. Pada penelitian ini dianalisis polinom Jacobi untuk kodeself dual pada $GF(5)$, $GF(7)$, kode biner, kode Hermitian pada $GF(4)$, kode ternary, dan kode Z_k dengan $Ak(C) \cong L$ untuk $k/L = 2, 5, 7, 11, 23$ dan $Z^4 = 1$ pada [4]

Pada karya tulis ini, dibahas mengenai kode dalam teori koding yang memiliki definisi sebagai berikut.

1. Kode

Misalkan $A = \{a_1, a_2, \dots, a_q\}$ adalah suatu himpunan berukuran q disebut sebagai alfabet kode dan elemen-elemennya disebut simbol kode.

Suatu q -ary block code dengan panjang n terhadap A adalah suatu himpunan tak kosong C dari kata kode q -ary yang memiliki panjang yang sama yaitu n . (Huffman dan Pless, 2010)

contoh :

Block code $C = \{000, 011, 101, 110\}$

memiliki panjang $n = 3$ dengan setiap elemennya berada di F_2 .

Suatu kelompok kode biasanya memiliki *generator* dan dari generator tersebut dapat dikonstruksi semua elemen atau katakode yang tergolong ke dalam kelompok kode tersebut. Pada setiap katakode, untuk mendapatkan polinom Jacobi, perlu ditinjau *weight enumerator* yang memerlukan terminologi *hamming weight* untuk mendapatkannya

2. Hamming Weight

Hamming weight dari $u = (u_1, \dots, u_n) \in F_q^n$ didefinisikan oleh $wt(u)$ dan didefinisikan sebagai banyaknya i sehingga $u_i \neq 0$

3. Weight Enumerator

Misalkan C adalah suatu kode linear dengan panjang n . Dinotasikan dengan A_i^C jumlah codewords di C yang memiliki Hamming weight i . Maka, *weight enumerator* dari C didefinisikan sebagai :

$$W_C(x, y) := \sum_{u \in C} x^{n-wt(u)} y^{wt(u)} = \sum_{u \in C} A_i^C x^{n-i} y^i \quad (1)$$

[5]

contoh :

$C = \{000, 011, 101, 110\}$

maka *weight enumerator* dari kode tersebut adalah

$$W_C(x, y) = x^3 - 0y^0 + x^3 - 2y^2 + x^3 - 2y^2 + x^3 - 2y^2$$

$$W_C(x, y) = x^3 + 3xy^2$$

4. Polinom Jacobi dengan Beberapa Reference Vector

Misalkan C adalah kode linear F_q dengan panjang n . Maka polinom Jacobi dari C yang berasosiasi dengan ℓ reference vector $w_1, \dots, w_\ell \in F_q^n$ dinotasikan oleh $J_{C, w_1, \dots, w_\ell}(\{x_a\}_{a \in F_2^{l+1}})$ sebagai

$$J_{C, w_1, \dots, w_\ell}(\{x_a\}_{a \in F_2^{l+1}}) := \sum_{u \in C} \prod_{a \in F_2^{l+1}} x_a^{N_a}(u, w_1, \dots, w_\ell) \quad (2)$$

Di sini kita notasikan $N_a(u_1, \dots, u_g)$ sebagai banyaknya i sehingga $(\phi(u_{1i}), \dots, \phi(u_{gi})) = a \in F_2^g$ dengan $\phi(u_{ji}) = 1$ jika $u_{ji} \neq 0$, selain itu $u_{ji} = 0$. [6]

contoh :

$C = \{000, 011, 101, 110\}$

misalkan berasosiasi dengan 3 reference vector berikut :

$$w_1 = (111), w_2 = (001), w_3 = (000)$$

untuk $u \in C = (000)$, diperoleh :

$$Na(000, 111, 001, 000) = 0100, 0100, 0110$$

untuk $u \in C = (011)$, diperoleh :

$$Na(011, 111, 001, 000) = 0100, 1100, 1110$$

untuk $u \in C = (101)$, diperoleh :

$$Na(011, 111, 001, 000) = 1100, 0100, 1110$$

untuk $u \in C = (110)$, diperoleh :

$$Na(110, 111, 001, 000) = 1100, 1100, 0110$$

Polinom jacobi yang diperoleh adalah sebagai berikut :

$$J_{C, w_1, \dots, w_\ell}(\{x_a\}_{a \in F_2^{l+1}}) := x_{0100}^2 x_{0110} + x_{0100}^2 x_{1110} + x_{1100} x_{0100} x_{1110} + x_{1100}^2 x_{0110} +$$

5. Perumuman t -design

Misal t, k, λ adalah bilangan $\lambda > 0$ dan $k > t > 0$. Misalkan pula $k := (k_1, \dots, k_n)$ sehingga $k = \sum_{i=1}^n k_i$, $v := (v_1, \dots, v_n)$ sehingga $v_i \geq k_i$ untuk setiap i .

Misalkan $X := (X_1, \dots, X_n)$ dengan X_i adalah himpunan *pairwise disjoint* dengan $|X_i| = v_i$ untuk setiap i dan

$$B \subseteq \binom{X_1}{k_1} \times \dots \times \binom{X_n}{k_n} \quad (3)$$

Suatu $t - (v, k, \lambda)$ design atau perumuman t -design adalah pasangan $D := (X, B)$ dengan sifat berikut: jika $t := (t_1, \dots, t_n)$ sehingga $\sum_{i=1}^n t_i$ dengan $0 \leq t_i \leq k_i$ untuk setiap i , sehingga terdapat tepat λ anggota $K := (K_1, \dots, K_n) \in B$ untuk $T_i \subseteq K_i$ untuk setiap i .

6. Teorema

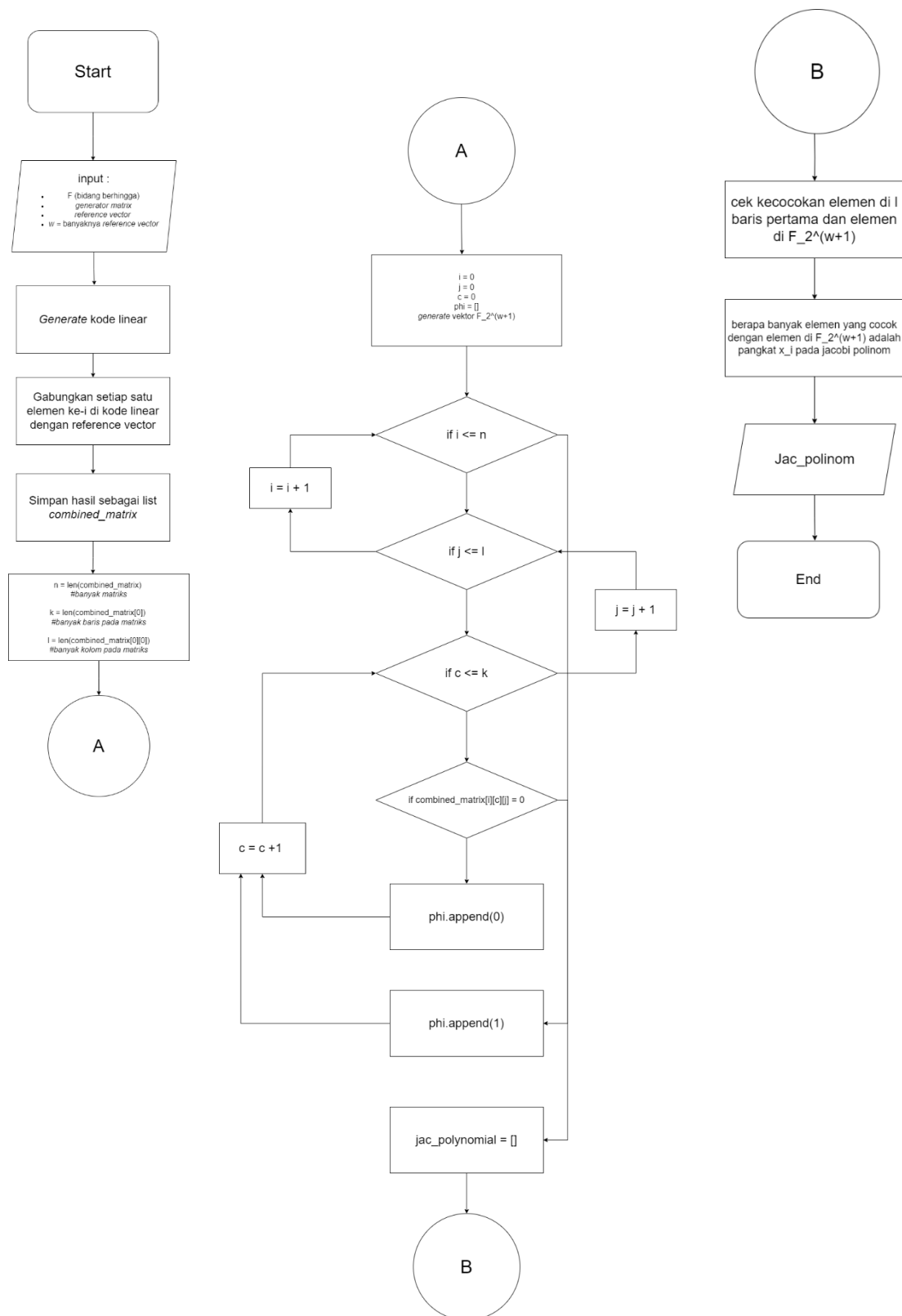
Misalkan C adalah kode linear F_q dengan panjang n . Misalkan t, k, λ adalah bilangan bulat sehingga $\lambda > 0$ dan $k > t > 0$. Misalkan $v := (v_1, \dots, v_\ell)$ sehingga $v_1 + \dots + v_\ell = n$. Misalkan $X := (X_1, \dots, X_\ell)$ adalah himpunan *pairwise disjoint* $X_1, \dots, X_\ell \subseteq [n]$ dengan $|X_1| = v_1, \dots, |X_\ell| = v_\ell$.

Misalkan $k := (k_1, \dots, k_\ell)$ sehingga $k_1 + \dots + k_\ell = n$, maka himpunan codewords dari C membentuk suatu $t - (v, k, \lambda)$ design untuk setiap bobot k dengan $t := (t_1, \dots, t_\ell)$ sehingga $t_1 + \dots + t_\ell = t$ memenuhi $0 \leq t_i \leq k_i$ untuk setiap i jika dan

hanya jika polinom $jacobiJ_{C,w_1,\dots,w_\ell}$ dari C yang berasosiasi dengan reference vector $w_1, \dots, w_\ell \in F_q^n$ sehingga $wt(w_i) = t_i = wt(w_i)$ untuk setiap i , adalah invarian.

C. Hasil dan Pembahasan

Penelitian ini bertujuan untuk mempermudah mendapatkan polinom jacobi dari suatu kode dengan beberapa reference vector, maka penulis membuat program pada python dan sagemath untuk mendapatkan polinom jacobi. Dengan input berupa generator dari suatu kode linier, program menjalankan algoritma berdasarkan definisi polinom Jacobi dengan beberapa reference vector. Pertama, untuk setiap satu kode ke- i dan reference vector digabung untuk dicek apakah nilai ϕ yang diperoleh cocok dengan elemen di F_{l+1}^2 . Frekuensi kecocokan tiap elemen merupakan pangkat untuk setiap variabel pada polinom jacobi. Pada penelitian ini dianalisis polinom Jacobi untuk kode self dual pada $GF(5), GF(7)$, kode biner, kode Hermitian pada $GF(4)$, kode ternary, dan kode Z_k dengan $Ak(C) \cong L$ untuk $k/L = 2, 5, 7, 11, 23$ dan $Z^4 = 1$ pada [4]. Untuk penjelasan lebih runtut, disajikan diagram alir untuk mendapatkan Jacobi Polynomial di halaman selanjutnya.



Gambar 1. Diagram Alir Program

Pada program *python* dan *sagemath* yang telah dibuat, diperoleh hasil sebagai berikut.

Kode	Reference Vectors	Polinom Jacobi	Sifat <i>t</i> -design	
GF(5)	[[1, 0, 0, 0], [0, 0, 1, 1], [1, 1, 0, 1]]	$X_{10} \cdot X_5 \cdot X_4 \cdot X_{11}$	+	tidak memenuhi
		$4X_{10} \cdot X_8 \cdot X_7 \cdot X_{14}$	+	
		$4X_{13} \cdot X_5 \cdot X_7 \cdot X_{14}$	+	
		$8X_{13} \cdot X_8 \cdot X_7 \cdot X_{14}$	+	
		$4X_{13} \cdot X_8 \cdot X_7 \cdot X_{11}$	+	
		$4X_{13} \cdot X_8 \cdot X_4 \cdot X_{14}$		
	[[0, 0, 0, 1], [0, 0, 1, 1], [1, 1, 1, 0]]	$X_{15} \cdot X_{11} \cdot X_5 \cdot X_1$	+	tidak memenuhi
		$4X_{15} \cdot X_{14} \cdot X_8 \cdot X_2$	+	
		$4X_{16} \cdot X_{11} \cdot X_8 \cdot X_2$	+	
		$8X_{16} \cdot X_{14} \cdot X_8 \cdot X_2$	+	
		$4X_{16} \cdot X_{14} \cdot X_8 \cdot X_1$	+	
		$4X_{16} \cdot X_{14} \cdot X_5 \cdot X_2$		
	[[1, 0, 0, 0], [1, 0, 0, 1], [1, 1, 1, 0]]	$X_{15} \cdot X_5 \cdot X_5 \cdot X_4$	+	tidak memenuhi
		$4X_{15} \cdot X_8 \cdot X_8 \cdot X_7$	+	
		$4X_{16} \cdot X_5 \cdot X_8 \cdot X_7$	+	
		$8X_{16} \cdot X_8 \cdot X_8 \cdot X_7$	+	
		$4X_{16} \cdot X_8 \cdot X_8 \cdot X_4$	+	
		$4X_{16} \cdot X_8 \cdot X_5 \cdot X_7$		

Kode	Reference Vectors	Polinom Jacobi	Sifat <i>t</i> -design
Biner	[[0, 0, 1, 0], [0, 0, 1, 1], [1, 1, 0, 1]]	$X_5.X_5.X_9.X_{11}+X_5.X_5.X_{12}.X_{14}+$ $X_8.X_8.X_9.X_{11} + X_8.X_8.X_{12}.X_{14}$	tidak memenuhi
	[[1, 0, 0, 0], [0, 1, 1, 0], [1, 0, 1, 1]]	$X_{10}.X_4.X_{11}.X_5$ + $X_{10}.X_4.X_{14}.X_8$ + $X_{13}.X_7.X_{11}.X_5 + X_{13}.X_7.X_{14}.X_8$	tidak memenuhi
	[[1, 0, 0, 0], [1, 1, 0, 0], [1, 1, 1, 0]]	$X_{15}.X_{11}.X_5.X_1$ + $X_{15}.X_{11}.X_8.X_2$ + $X_{16}.X_{14}.X_5.X_1 + X_{16}.X_{14}.X_8.X_2$	tidak memenuhi
Hermitian GF(4)	[[0, 1, 0, 0], [1, 0, 0, 1], [1, 0, 1, 1]]	$X_{11}.X_3.X_5.X_{11}$ + $3X_11.X_3.X_8.X_{14}$ + $3X_{14}.X_6.X_5.X_{11}$ + $9X_{14}.X_6.X_8.X_{14}$	tidak memenuhi
	[[0, 0, 1, 0], [0, 1, 1, 0], [1, 1, 1, 0]]	$X_5.X_{11}.X_{15}.X_1$ + $3X_5.X_{11}.X_{16}.X_2$ + $3X_8.X_{14}.X_{15}.X_1$ + $9.X_8.X_{14}.X_{16}.X_2$	tidak memenuhi
	[[1, 0, 0, 0], [1, 1, 0, 0], [0, 1, 1, 1]]	$X_9.X_{11}.X_5.X_5$ + $3X_9.X_{11}.X_8.X_8$ + $3.X_{12}.X_{14}.X_5.X_5$ + $9X_{12}.X_{14}.X_8.X_8$	tidak memenuhi

Terner	[[0, 0, 0, 1], [1, 0, 1, 0], [1, 1, 0, 1]]	$X_{11} \cdot X_5 \cdot X_4 \cdot X_{10}$	+	tidak memenuhi
		$2X_{11} \cdot X_8 \cdot X_7 \cdot X_{13}$	+	
		$2X_{14} \cdot X_5 \cdot X_7 \cdot X_{13}$	+	
		$2X_{14} \cdot X_8 \cdot X_7 \cdot X_{10}$	+	
		$2X_{14} \cdot X_8 \cdot X_4 \cdot X_{13}$	+	
	[[0, 0, 0, 1], [1, 1, 0, 0], [1, 1, 0, 1]]	$X_{11} \cdot X_{11} \cdot X_1 \cdot X_{10}$	+	tidak memenuhi
		$2X_{11} \cdot X_{14} \cdot X_2 \cdot X_{13}$	+	
		$2X_{14} \cdot X_{11} \cdot X_2 \cdot X_{13}$	+	
		$2X_{14} \cdot X_{14} \cdot X_2 \cdot X_{10}$	+	
		$2X_{14} \cdot X_{14} \cdot X_1 \cdot X_{13}$	+	
	[[0, 0, 1, 0], [0, 1, 1, 0], [1, 1, 1, 0]]	$X_5 \cdot X_{11} \cdot X_{15} \cdot X_1$	+	tidak memenuhi
		$2X_5 \cdot X_{14} \cdot X_{16} \cdot X_2$	+	
		$2X_8 \cdot X_{11} \cdot X_{16} \cdot X_2$	+	
		$2 \cdot X_8 \cdot X_{14} \cdot X_{16} \cdot X_1$	+	
		$2X_8 \cdot X_{14} \cdot X_{15} \cdot X_2$	+	

Kode ($Z_k, Ak(C) \cong L$)	Reference Vectors	Polinom Jacobi	Sifat t -design
$k/L = 2, Z^4 = 1$	[[0, 0, 1, 0], [0, 1, 0, 1], [1, 0, 1, 1]]	$X_5.X_4.X_{10}.X_{11}$ +	tidak memenuhi
		$X_5.X_7.X_{10}.X_{14}$ +	
		$X_8.X_4.X_{13}.X_{11} + X_8.X_7.X_{13}.X_{14}$	
	[[0, 0, 1, 0], [1, 0, 0, 1], [1, 1, 0, 1]]	$X_{11}.X_5.X_3.X_{11}$ +	tidak memenuhi
		$X_{11}.X_8.X_3.X_{14}$ +	
		$X_{14}.X_5.X_6.X_{11} + X_{14}.X_8.X_6.X_{14}$	
[[0, 0, 1, 0], [1, 0, 1, 0], [1, 1, 1, 0]]	$X_{11}.X_5.X_{15}.X_1$ +	tidak memenuhi	
	$X_{11}.X_8.X_{15}.X_2$ +		
	$X_{14}.X_5.X_{16}.X_1 + X_{14}.X_8.X_{16}.X_2$		
$k/L = 11, Z^4 = 1$	[[0, 1, 0, 0], [1, 0, 0, 1], [1, 1, 1, 0]]	$X_{11}.X_{10}.X_5.X_4$ +	tidak memenuhi
		$10X_{11}.X_{13}.X_8.X_7$ +	
		$10X_{14}.X_{10}.X_8.X_7$ +	
		$10X_{14}.X_{13}.X_8.X_4$ +	
		$80X_{14}.X_{13}.X_8.X_7$ +	
	[[0, 1, 0, 0], [0, 0, 1, 1], [0, 1, 1, 1]]	$10X_{14}.X_{13}.X_5.X_7$	
		$X_1.X_{10}.X_{11}.X_{11}$ +	tidak memenuhi
		$10X_1.X_{13}.X_{14}.X_{14}$ +	
		$10X_2.X_{10}.X_{14}.X_{14}$ +	
		$10X_2.X_{13}.X_{14}.X_{11}$ +	
		$80X_2.X_{13}.X_{14}.X_{14}$ +	
	[[0, 1, 0, 0], [0, 1, 0, 1], [1, 0, 1, 1]]	$10X_2.X_{13}.X_{11}.X_{14}$	
		$X_5.X_9.X_5.X_{11}$ +	tidak memenuhi
		$10X_5X_{12}.X_8.X_{14}$ +	
		$10X_8.X_9.X_8.X_{14}$ +	
		$10X_8.X_{12}.X_8.X_{11}$ +	
		$80X_8.X_{12}.X_8.X_{14}$ +	
$10X_8.X_{12}.X_5.X_{14}$			

$k/L = 5, Z^4 = 1$	$[[0, 0, 0, 1], [0, 1, 1, 0], [1, 1, 0, 1]]$	$X_5.X_{11}.X_4.X_{10}$ $4X_5.X_{14}.X_7.X_{10}$ $4X_8.X_{11}.X_4.X_{13}$ $16X_8.X_{14}.X_7.X_{13}$	$+$ $+$ $+$	tidak memenuhi
	$[[0, 0, 0, 1], [0, 1, 0, 1], [1, 0, 1, 1]]$	$X_5.X_4.X_5.X_{15}$ $4X_5.X_7.X_8.X_{15}$ $4X_8.X_4.X_5.X_{16}$ $16X_8.X_7.X_8.X_{16}$	$+$ $+$ $+$	
	$[[0, 1, 0, 0], [0, 1, 0, 1], [1, 0, 1, 1]]$	$X_5.X_9.X_5.X_{11}$ $4X_5.X_{12}.X_8.X_{11}$ $4X_8.X_9.X_5.X_{14}$ $16X_8.X_{12}.X_8.X_{14}$	$+$ $+$ $+$	

Kode ($Z_k, Ak(C) \cong L$)	Reference Vectors	Polinom Jacobi	Sifat <i>t</i> -design
$k/L = 7, z^4 = 1$	$[[1, 0, 0, 0], [0, 0, 1, 1], [0, 1, 1, 1]]$	$X_3.X_5.X_{11}.X_{11}$ $6X_3.X_8.X_{14}.X_{11}$ $6X_6.X_5.X_{11}.X_{14}$ $36X_6.X_8.X_{14}.X_{14}$	$+$ $+$ $+$ tidak memenuhi
	$[[0, 1, 0, 0], [0, 1, 1, 0], [1, 1, 0, 1]]$	$X_5.X_{15}.X_4.X_5$ $6X_5.X_{16}.X_7.X_5$ $6X_8.X_{15}.X_4.X_8$ $36X_8.X_{16}.X_7.X_8$	$+$ $+$ $+$ tidak memenuhi
	$[[0, 1, 0, 0], [0, 1, 0, 1], [1, 0, 1, 1]]$	$X_5.X_9.X_5.X_{11}$ $6X_5.X_{12}.X_8.X_{11}$ $6X_8.X_9.X_5.X_{14}$ $36X_8.X_{12}.X_8.X_{14}$	$+$ $+$ $+$ tidak memenuhi
$k/L = 23, z^4 = 1$	$[[0, 0, 0, 1], [1, 0, 1, 0], [1, 1, 0, 1]]$	$X_{11}.X_5.X_4.X_{10}$ $22X_{11}.X_8.X_7.X_{13}$ $22X_{14}.X_5.X_7.X_{13}$ $440X_{14}.X_8.X_7.X_{13}$ $22X_{14}.X_8.X_4.X_{13}$ $22X_{14}.X_8.X_7.X_{10}$	$+$ $+$ $+$ $+$ $+$ tidak memenuhi
	$[[0, 0, 1, 0], [1, 0, 1, 0], [1, 1, 0, 1]]$	$X_{11}.X_5.X_9.X_5$ $22X_{11}.X_8.X_{12}.X_8$ $22X_{14}.X_5.X_{12}.X_8$ $440X_{14}.X_8.X_{12}.X_8$ $22X_{14}.X_8.X_9.X_8$ $22X_{14}.X_8.X_{12}.X_5$	$+$ $+$ $+$ $+$ $+$ tidak memenuhi
	$[[0, 0, 1, 0], [1, 0, 0, 1], [1, 1, 0, 1]]$	$X_{11}.X_5.X_3.X_{11}$ $22X_{11}.X_8.X_6.X_{14}$ $22X_{14}.X_5.X_6.X_{14}$ $440X_{14}.X_8.X_6.X_{14}$ $22X_{14}.X_8.X_3.X_{14}$ $22X_{14}.X_8.X_6.X_{11}$	$+$ $+$ $+$ $+$ $+$ tidak memenuhi

Kode	Reference Vectors	Polinom Jacobi	Sifat <i>t</i> -design	
GF(7)	[[0, 0, 0, 1], [0, 1, 0, 1], [1, 0, 1, 1]]	$x_5 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_{15}$	+	tidak memenuhi
		$6x_5 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_{16}$	+	
		$6x_8 \cdot x_4 \cdot x_8 \cdot x_{16}$	+	
		$24 \cdot x_8 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_{16}$	+	
		$6x_8 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_{15}$	+	
		$6 \cdot x_8 \cdot x_7 \cdot x_5 \cdot x_{16}$		
	[[0, 1, 0, 0], [0, 1, 1, 0], [1, 1, 1, 0]]	$x_5 \cdot x_{15} \cdot x_{11} \cdot x_1$	+	tidak memenuhi
		$6x_5 \cdot x_{16} \cdot x_{14} \cdot x_2$	+	
		$6x_8 \cdot x_{15} \cdot x_{14} \cdot x_2$	+	
		$24x_8 \cdot x_{16} \cdot x_{14} \cdot x_2$	+	
		$6x_8 \cdot x_{16} \cdot x_{14} \cdot x_1$	+	
		$6x_8 \cdot x_{16} \cdot x_{11} \cdot x_2$		
	[[0, 0, 0, 1], [0, 0, 1, 1], [0, 1, 1, 1]]	$x_1 \cdot x_5 \cdot x_{11} \cdot x_{15}$	+	tidak memenuhi
		$6x_1 \cdot x_8 \cdot x_{14} \cdot x_{16}$	+	
		$6x_2 \cdot x_5 \cdot x_{14} \cdot x_{16}$	+	
		$24 \cdot x_2 \cdot x_8 \cdot x_{14} \cdot x_{16}$	+	
		$6x_2 \cdot x_8 \cdot x_{14} \cdot x_{15}$	+	
		$6x_2 \cdot x_8 \cdot x_{11} \cdot x_{16}$		

D. Simpulan

Dari teorema mengenai polinom Jacobi dan *t*-design pada kode, hasil yang didapatkan mengindikasikan bahwa kode-kode yang dianalisis tidak memenuhi *t*-design. Hal ini karena polinom Jacobi yang dihasilkan tidak sama dan independen terhadap pemilihan reference vector. Dengan reference vector yang berbeda dan diacak secara random, polinom Jacobi yang dihasilkan pun berbeda. Untuk mendapatkan hasil polinom Jacobi untuk kode yang memenuhi *t*-design perlu dieksplor lebih lanjut kode-kode lain yang lebih variatif dan hal tersebut memerlukan jangka waktu yang panjang serta memungkinkan untuk dilengkapi dengan teori lain yang berhubungan dengan reference vector dan Jacobi Polinomial agar memudahkan penelitian lebih lanjut. Pemilihan kode dapat disesuaikan dengan mencocokkan kriteria pada teorema sehingga dapat memenuhi sifat *t*-design.

E. Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih kepada Program Studi Sains Komputasi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Bandung yang telah memberikan panduan dalam pengambilan dan pengolahan data.

F. Referensi

- [1] W. C. Huffman and V. Pless, *Fundamentals of Error-Correcting Codes*. 2003. doi: 10.1017/cbo9780511807077.
- [2] M. Ozeki, "On the notion of Jacobi polynomials for codes," *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.*, vol. 121, no. 1, pp. 15–30, 1996, doi: 10.1017/s0305004196001399.

- [3] H. S. Chakraborty, R. Ishikawa, and Y. Tanaka, "Jacobi polynomials and design theory I," *Math. Subj. Classif.*, vol. 347, no. 3, pp. 1–23, 2010, doi: 10.1016/j.disc.2023.113818.
- [4] M. Harada and A. Munemasa, "Database of self-dual codes," 2015. <https://www.math.is.tohoku.ac.jp/~munemasa/selfdualcodes.htm>
- [5] H. S. Chakraborty and T. Mieziaki, "Variants of Jacobi polynomials in coding theory," *Des. Codes, Cryptogr.*, vol. 90, no. 11, pp. 2583–2597, 2022, doi: 10.1007/s10623-021-00923-2.
- [6] C. Ding, "New support 5-designs from lifted linear codes," *Theor. Comput. Sci.*, 2024.
- [7] Ozeki, Michio, On the notion of Jacobi polynomials for codes, Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1997.
- [8] Sloane, NJA, Gleason's Theorem on self-dual codes and its generalizations, Cornell University, 2006.
- [9] MacWilliams, Florence Jessie and Sloane, Neil James Alexander, The theory of error-correcting codes, Elsevier, 1997.
- [10] P.J. Cameron, A generalisation of t-designs, *Discrete Math.*, 309(2009), 4835–4842.